

Ich zeige, wie man eine Längenänderung mit dem Dreisatz berechnen kann. Dabei benutze ich dieselben Beispiele wie bei der Berechnung mit der Formel $\Delta l = l_0 * \alpha_{Cu} * \Delta \vartheta$

Beispiel 1 : Ein 22,5 m langes Kupferrohr ist bei einer Temperatur von 4 °C montiert worden. Im Betrieb hat das Rohr eine Temperatur von 60 °C. Welche Länge hat das Rohr im Betriebszustand?

1) Die wichtigen Angaben im Text markieren:

Ein 22,5 m langes Kupferrohr ist bei einer Temperatur von 4 °C montiert worden. Im Betrieb hat das Rohr eine Temperatur von 60 °C. Welche Länge hat das Rohr im Betriebszustand?

2) Die wichtigen Werte herausschreiben:

Gegeben: $l_0 = 22,5 \text{ m}$, $T_{\text{Vorher}} = 4 \text{ °C}$, $T_{\text{Nachher}} = 60 \text{ °C}$, Material: Kupfer

Gesucht: $l_{\text{ges}} = ? \text{ m}$

3) Berechnung der Temperatur-Differenz $\Delta \vartheta$ (Temperatur-Unterschied)

$$\Delta \vartheta = T_{\text{Nachher}} - T_{\text{Vorher}}$$

$$\Delta \vartheta = 60 \text{ °C} - 4 \text{ °C}$$

$$\Delta \vartheta = 56 \text{ K}$$

Im Tabellenbuch ist für die Längenausdehnung von Kupfer folgende Angabe zu finden:

$$\alpha_{Cu} = 0,0000165 \frac{1}{K}$$

Eigentlich müsste der Wert so angegeben werden:

$$\alpha_{Cu} = 0,0000165 \frac{m}{m K} \quad \text{Da man die beiden Meter-Angaben kürzen kann, werden sie im Tabellenbuch weggelassen.}$$

Das bedeutet: Ein 1m langes Kupferrohr dehnt sich bei einer Erwärmung von 1 Kelvin um 0,0000165 m aus. Das wird deutlicher, wenn man die Angabe so schreibt:

$$\alpha_{Cu} = \frac{0,0000165 \text{ m}}{1 \text{ m } 1 \text{ K}}$$

Auf dem Bruchstrich steht was passiert (das Rohr wird 0,0000165 m länger) und unter dem Bruchstrich steht unter welchen Bedingungen sich das Rohr um 0,0000165m ausdehnt. Es dehnt sich nur dann um genau diesen Betrag aus, wenn die Ausgangslänge (kaltes Rohr) genau 1 m beträgt und die Temperatur-Differenz (Erwärmung) genau 1 °C (oder 1 Kelvin) beträgt.

Man kann die Angabe auch folgendermaßen schreiben:

$$\alpha_{Cu} = \frac{0,0000165 \text{ m}}{1 \text{ m } 1 \text{ K}}$$

$$\alpha_{Cu} = \frac{0,0000165 \text{ m}_{\text{Ausdehnung}}}{1 \text{ m}_{\text{Kalt}} 1 \text{ K}}$$

$$\alpha_{Cu} = \frac{0,0000165 \text{ m}_A}{1 \text{ m}_K 1 \text{ K}}$$

Zuerst die ganz schnelle Lösung:

Diesen ersten Schritt würde ich niemals weglassen!

1	1	entspricht	
		entspricht	<div style="display: inline-block; border-bottom: 1px solid black; width: 50px; margin-bottom: 5px;"></div> m_a ↑ gesuchte Einheit

Die folgenden Werte bekommen wir aus der Angabe:

$$\alpha_{Cu} = \frac{0,0000165 \text{ } m_A}{1 m_K \text{ } 1K}$$

1 m_K <small>x 22,5</small> ↓	1K	entspricht	0,0000165 m_a <small>x 22,5</small> ↓
22,5 m_K	1K ↓ x 56	entspricht	= 0,000371 m_a ↓ x 56
22,5 m_K	56 K	entspricht	= 0,02079 m_a <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>

Die Längenänderung beträgt 0,02079 m oder ungefähr 21 mm (gerundet).

$$l_{ges} = l_0 + \Delta l$$

$$l_{ges} = 22,5m + 0,02079 m$$

$$l_{ges} = 22,52079 m$$

$$l_{ges} \sim 22,521 m$$

Jetzt die etwas längere Lösung:

Diesen ersten Schritt würde ich niemals weglassen!

1	entspricht	
	entspricht	m_a

↑
gesuchte Einheit

Die folgenden Werte bekommen wir aus der Angabe:

$$\alpha_{Cu} = \frac{0,0000165 \text{ m}_A}{1 \text{ m}_K 1K}$$

\downarrow x 22,5 1 m_K	entspricht	0,0000165 m_a
\downarrow 22,5 m_K	entspricht	\downarrow x 22,5 = 0,000371 m_a

\downarrow x 56 1 K	entspricht	0,000371 m_a
\downarrow 56 K	entspricht	\downarrow x 56 = 0,02079 m_a

Die Längenänderung beträgt 0,02079 m oder ungefähr 21 mm (gerundet).

$$l_{ges} = l_0 + \Delta l$$

$$l_{ges} = 22,5m + 0,02079 m$$

$$l_{ges} = 22,52079 m$$

$$l_{ges} \sim 22,521 m$$

Die Gesamtlänge (nach der Erwärmung) beträgt 22,521 m.

Hier kommt die sehr ausführliche Lösung!

Die Längenausdehnung wird mit dem proportionalen Dreisatz ermittelt, da es sich hierbei um ein "Je mehr, desto mehr" - Zusammenhang handelt. Je länger das Rohr ist, desto mehr dehnt es sich bei Erwärmung aus. Die Temperatur-Erhöhung beachten wir erst mal nicht.

“Je mehr, desto mehr – Aufgabe“ (Proportional)

*Zuerst schreibt ihr euch die folgende Grundstruktur einer Dreisatzaufgabe hin.
Diese Struktur passt immer!*

	entspricht	
1	entspricht	
	entspricht	

Dann fange ihr mit dem Wert ganz unten rechts an, dort wird die gesuchte Einheit eingetragen. Hier wird die Ausdehnungslänge m_a gesucht, also kommt dort die Einheit m_a hin.

	entspricht	
1	entspricht	
	entspricht	m_a

gesuchte Einheit

Jetzt könnt ihr einfach in die beiden oberen Felder ganz rechts ebenfalls die gesuchte Einheit eintragen:

	entspricht	m_a
1	entspricht	m_a
	entspricht	m_a

Als nächstes tragt ihr in alle Felder ganz links die andere Einheit ein die in der Aufgabe eine Rolle spielt! In dieser Aufgabe spielt nur noch die Einheit " m_K " eine Rolle, die Temperatur betrachten wir später.

m_K	entspricht	m_a
1 m_K	entspricht	m_a
m_K	entspricht	m_a

Jetzt tragt ihr in die erste Zeile die gegebenen Werte ein (Wertepaar). Diese gegebenen Werte finden wir in dem Ausdehnungskoeffizienten $\alpha_{Cu} = \frac{0,0000165 \text{ m}_A}{1 \text{ m}_K 1K}$

Dann tragt ihr in die unterste Zeile in das linke Feld die gegebene Größe für das gesuchte Paar ein. Hier wird die Längenausdehnung für ein Rohr mit der Länge von 22.5 m gesucht.

1 m _K	entspricht	0,0000165 m _a
1 m _K	entspricht	0,0000165 m _a
22,5 m _K	entspricht	?

Jetzt wird auf der linken Seite der obere Wert so geteilt, dass daraus eine 1 wird. Hier steht in der ersten Zeile schon eine 1, also kann die erste Zeile unverändert übernommen werden.

Um von der 1 dann zur 22,5 in der unteren Zeile zu kommen, muss man mit 22,5 multiplizieren. Diese Vorgehensweise auf der linken Seite ist immer dieselbe

Auf der rechten Seite muss dasselbe gemacht werden wie links, da es sich hier um eine "Je mehr, desto mehr – Aufgabe" (Proportional) handelt.

1 m _K	entspricht	0,0000165 m _a
↓		↓
1 m _K	entspricht	0,0000165 m _a
x 22,5		x 22,5
↓		↓
22,5 m _K	entspricht	= 0,000371 m _a

Ein Rohr mit der Länge von 22,5m wird um 0,000371 m länger, wenn es um 1 °C (1 Kelvin) erwärmt wird.

Die Ausgangslänge des Rohres ist hiermit verarbeitet worden, jetzt müssen wir noch die tatsächliche Temperaturerhöhung berücksichtigen. Bes hier haben wir nur eine Temperaturerhöhung von 1 °C oder 1 K berücksichtigt. In der Aufgabenstellung ist eine Temperaturerhöhung von 56 K angegeben.

Es ist ein zweiter Dreisatz nötig, um den Einfluss der Größe der Temperaturerhöhung zu berücksichtigen:

Rechts unten beginnen wir wieder mit der gesuchten Größe, das ist die Längenänderung. Links kommt die andere Einheit hin, das ist dieses Mal die Temperaturerhöhung.

1 K	entspricht	0,000371 m _a
1 K	entspricht	0,000371 m _a
56 K	entspricht	?

Auf der rechten Seite muss dasselbe gemacht werden wie links, da es sich hier um eine **“Je mehr, desto mehr – Aufgabe“** (Proportional) handelt.
 Je größer die Temperaturänderung ist, desto mehr wird sich das Rohr ausdehnen.

1 K	entspricht	0,000371 m_a
↓		↓
x 56 1 K	entspricht	0,000371 m_a
↓		↓
56 K	entspricht	= 0,02079 m_a

Die Längenänderung beträgt 0,02079 m oder ungefähr 21 mm (gerundet).

$$l_{ges} = l_0 + \Delta l$$

$$l_{ges} = 22,5m + 0,02079 m$$

$$l_{ges} = 22,52079 m$$

$$l_{ges} \sim 22,521 m$$

Die Gesamtlänge (nach der Erwärmung) beträgt 22,521 m .

Man kann den Rechengang folgendermaßen verkürzen:

Da wir die erste Zeile im Dreisatz nie gebraucht haben, lassen wir sie weg.
 Den nächsten Schritt (die gesuchte Größe unten rechts hinschreiben) würde ich nie überspringen !

1	entspricht	
	entspricht	m_a

↑
gesuchte Einheit

x 22,5 1 m_K	entspricht	0,0000165 m_a
↓		↓
22,5 m_K	entspricht	= 0,000371 m_a

$\times 56$ 1 K ↓ 56 K	entspricht	$\times 56$ 0,000371 m_a ↓ = 0,02079 m_a
	entspricht	

Die Längenänderung beträgt 0,02079 m oder ungefähr 21 mm (gerundet).

$$l_{ges} = l_0 + \Delta l$$

$$l_{ges} = 22,5m + 0,02079 m$$

$$l_{ges} = 22,52079 m$$

$$l_{ges} \sim 22,521 m$$

Die Gesamtlänge (nach der Erwärmung beträgt 22,521 m .